

LOS CUASICRISTALES: NUEVOS CONCEPTOS DE LA FÍSICA Y VIEJOS CONCEPTOS DEL ARTE

Miguel José Yacamán

La física actual del estado sólido es posiblemente uno de los ejemplos más notables del reencuentro entre algunas ideas desarrolladas en la antigüedad por otra rama del conocimiento y la modernidad. A los físicos formados en los años sesenta y setenta, nos fue enseñado que existían dos tipos básicos de sólidos: aquellos totalmente ordenados y periódicos llamados *cristales* y aquellos totalmente desordenados y aperiódicos llamados *amorfos*. La física del estado sólido en los años sesenta despuntaba con una gran energía; la aplicación de los conceptos de la mecánica cuántica hecha en los años cincuenta, había permitido tener una idea bastante precisa de la estructura de las bandas electrónicas en dichos sólidos. El conocimiento teórico de los sólidos, arrojó la posibilidad de construir dispositivos electrónicos que explotan las propiedades de conducción de un sólido. A los conceptos teóricos desarrollados en los cincuenta y sesenta siguió un esfuerzo titánico en los años setenta en el desarrollo de cristales cada vez más perfectos que permitieran la construcción de dispositivos electrónicos.

Hacia finales de la década de los setenta la electrónica había ya invadido completamente la vida social y durante la década de los ochenta se adueñaría de prácticamente todo, desde los medios de la comunicación hasta la sustitución de dispositivos electromecánicos, la medicina, el arte, la música, etcétera. Aún tenemos por venir diferentes aplicaciones de este concepto básico que se transformó después de un esfuerzo masivo en tecnología. Los cristales son periódicos y ordenados. El primer signo de cambio se produjo en los años setenta cuando se estudiaban algunas aleaciones metálicas y algunos otros compuestos aparecían a corto alcance como aperiódicos. Sin embargo, la paz y tranquilidad se restablecía suponiendo que la estructura era efectivamente periódica pero con un periodo muy largo. Las estructuras bautizadas como de periodo largo dieron el primer signo de cambio que estaría por venir. En el pensamiento corriente de los setenta, se creía necesario introducir distorsiones *ad hoc* para explicar la formación de sólidos icosaedrales en muchos sistemas reales. En esos años apareció otro signo de cambio cuando fueron estudiados pequeños cúmulos metálicos (fig. 1) cuyas formas externas eran decaedros y cosaedros. La reconciliación entre la observación de un sólido icosaedral y la teoría implicaba la introducción de defectos llamados gemelaciones o maclas. En 1985, apareció publicado en la revista *Physical Review Let-*

ters un artículo que produjo una enorme conmoción en el mundo científico e inició la revolución de la cristalografía. Los autores Schechtman, Gratias, Blech y Cahn reportaron la existencia de un sólido masivo cuya simetría correspondería a la del grupo icosaedral. Esto tenía implicaciones muy importantes, porque era perfectamente sabido de la teoría cristalina que no permitía construir una secuencia periódica infinita en que llenara el espacio basado en la simetría icosaedral. Dicho en otras palabras, estábamos frente a un elemento que no era periódico, pero que tenía ordenamiento suficiente como para producir picos bien definidos en un patrón de difracción.

Lo que siguió se produjo a una velocidad vertiginosa, se publicaron de inmediato varios trabajos en los cuales se demostraba que una estructura basada en un patrón de Penrose, que es un arreglo aperiódico de mosaicos (fig. 2), podía ser representativa de la estructura de un sólido icosaedral y que presentaba simetría cinco. Inmediatamente los nuevos

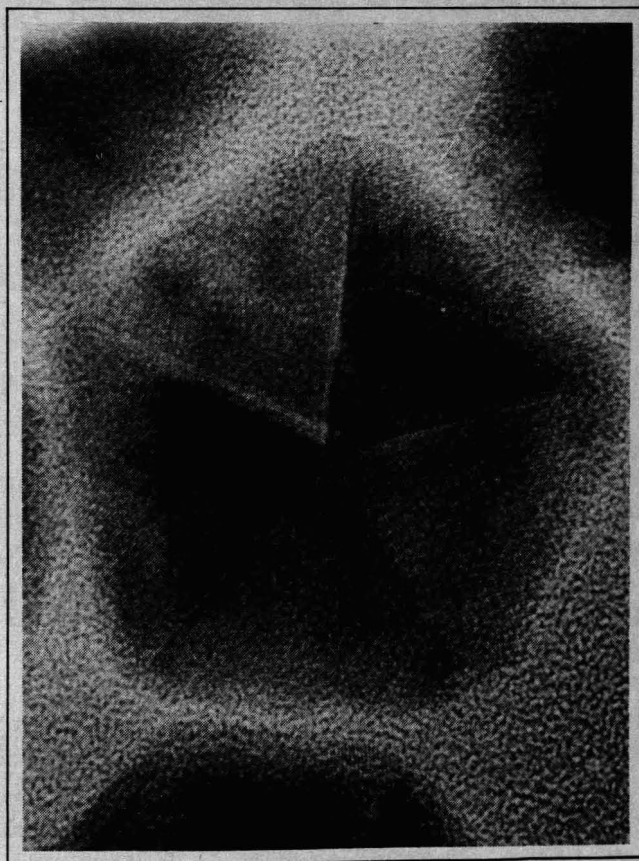


Fig. 1 Imagen de un decaedro de Oro-Paladio obtenida en el microscopio electrónico de Ultra-Alta Resolución

sólidos fueron bautizados como *cuasicristales*. Estábamos en presencia de un sistema ordenado, pero no periódico. La excitación por parte del medio científico continuó y podríamos decir que casi todas las técnicas de la física moderna han sido aplicadas al estudio de dichos sistemas, los cuales han sido ya encontrados en un gran número de aleaciones. Sin embargo, la situación interesante puede verse a través del patrón de difracción de electrones o de la imagen de átomos que se muestran en la figura 3. Si uno observa los átomos mostrados en la figura, las distancias entre los dos átomos señaladas A y B son tales que $A/B \cong \tau = 1.61$. Número que es conocido en la literatura como el número dorado, el *aurea medida*, la media dorada, etcétera, y cuya definición es:

$$\tau = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

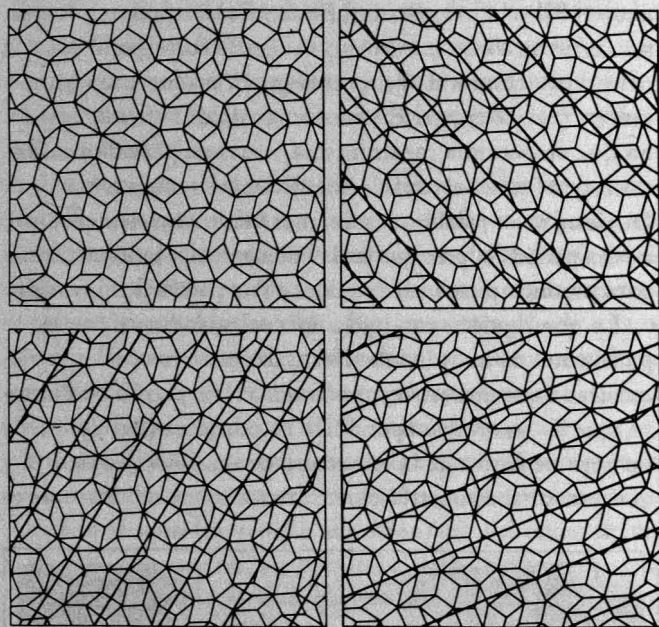
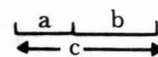


Fig. 2 Patrones aperiódicos de Penrose

Los átomos en la línea indicada en la figura 3 están divididos siguiendo la regla de oro. Esto fue sin duda una de las grandes sorpresas que nos tenían deparados los *cuasicristales*. La media dorada fue bautizada así por Leonardo da Vinci y fue originalmente introducida por los griegos. La media dorada aparece en forma natural en todo aquello que esté geométricamente basado en un icosaedro o en un decaedro. Los artistas han utilizado por mucho tiempo este concepto. El dividir una línea por τ permite hacer un trazo asimétrico pero al mismo tiempo estéticamente agradable. Los griegos le atribuían a la media dorada ciertos poderes especiales y fue utilizada profusamente en la arquitectura helénica. Así, las culturas antiguas descubrieron con mucho mayor anticipación un concepto natural que sin embargo llevaría veinte siglos de la época moderna para que la física lo descubriera y lo incorporara en forma oficial. Aquí cabría preguntar cuál es el significado físico de la sección áurea. Históricamente Leonardo da Vinci bautiza a τ como sección áurea y muestra su papel en el arte. La sección áurea es redescubierta en 1850 por el ale-

mán Seysing, y la describe de la siguiente manera: "Para que todo dividido en partes desiguales parezca hermoso desde el punto de vista de la forma, debe haber entre la parte mayor y menor, la misma razón que entre la mayor y el todo". En otras palabras, si tenemos una línea dividida en secciones:



La regla de Seysing dice: $\frac{a}{b} = \frac{c}{a} = \frac{a+b}{a}$

Si llamamos $x = \frac{a}{b}$ la ecuación será: $x^2 - x - 1 = 0$. ~ (1)

Esta ecuación tiene como soluciones:

$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \tau \quad \text{y} \quad x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} = \frac{1}{\tau} = .6180$$

En muchas situaciones de la naturaleza aparecen geometrías descritas por la Eq. 1. En términos geométricos:

$$\tau^{-1} = \cos 51.82^\circ = \sin 38.17^\circ = \tan 31.71^\circ$$

Una buena aproximación a τ está dada por $(\frac{\pi}{4})^2$. El icosaedro y dodecaedro incorporan naturalmente a τ . Así por ejemplo, un icosaedro de arista α tiene un volumen dado por $\frac{5\alpha^3}{6} \tau^2$. Por lo tanto en redes formadas de icosaedros o dodecaedros τ aparece naturalmente. Por ejemplo, cuando tenemos un pentágono y los lados del pentágono se extienden tal como se indica en la figura 4 las intersecciones de las líneas forman otro pentágono que está rotado respecto al primer pentágono que sin embargo, si calculamos las distancias A y B indicadas en la figura, están relacionadas por el cuadrado de la media dorada. A la propiedad mostrada en esta figura 4 los griegos le atribuían propiedades mágicas y los físicos actuales la llamamos simplemente la inflación y decimos que un patrón de simetría icosaedral debe de tener propiedades inflacionarias, es decir, es posible encontrar un patrón idéntico después de multiplicar por un factor τ^2 , τ^3 , ... etcétera.

La nueva sorpresa ocurre cuando uno ve la distribución de átomos a lo largo de una línea de átomos en un cuasicristal (marcado con flechas en la figura 3), siguen la secuencia llamada de Fibonacci que fue descrita en 1229 por el matemático italiano Leonardo Fibonacci de Piza. Esta secuencia puede describirse como una serie:

$$1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, \dots \text{etc.}$$

en donde puede verse que el cociente entre dos elementos a partir de cierto número tiende a la media dorada. La regla de recursión es:

$$X_{n+1} = X_n + X_{n-1} \quad X_0 = X_1 = 1$$

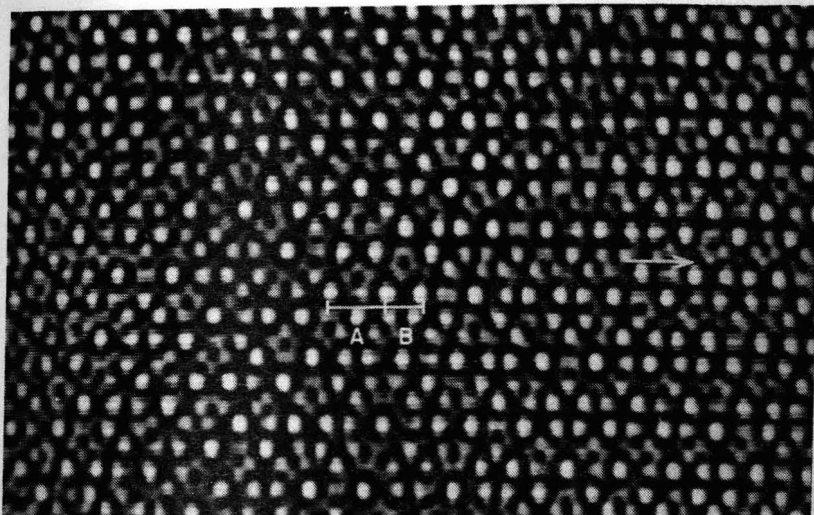
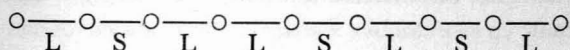


Fig. 3 Imagen de átomos en una aleación de aluminio y manganeso. Las hileras de átomos como la marcada por una flecha están en la secuencia de Fibonacci

La secuencia de Fibonacci es una secuencia no periódica que describe un arreglo asimétrico que utiliza sólo dos distancias:



En donde L y S representan dos distancias diferentes. Representa un ejemplo realmente notable de cómo construir una secuencia asimétrica. Lo extraordinario es que los átomos de la figura 3 están localizados de acuerdo con la secuencia de Fibonacci. Los cuasicristales han sido enormemente atractivos para los físicos del estado sólido. Una gran cantidad de matemáticos y físicos matemáticos han empezado a aplicar la teoría de grupos en estos sistemas cristalográficos no convencionales; los científicos que trabajan en este campo tienen una actitud de poca convencionalidad y casi de disidencia.

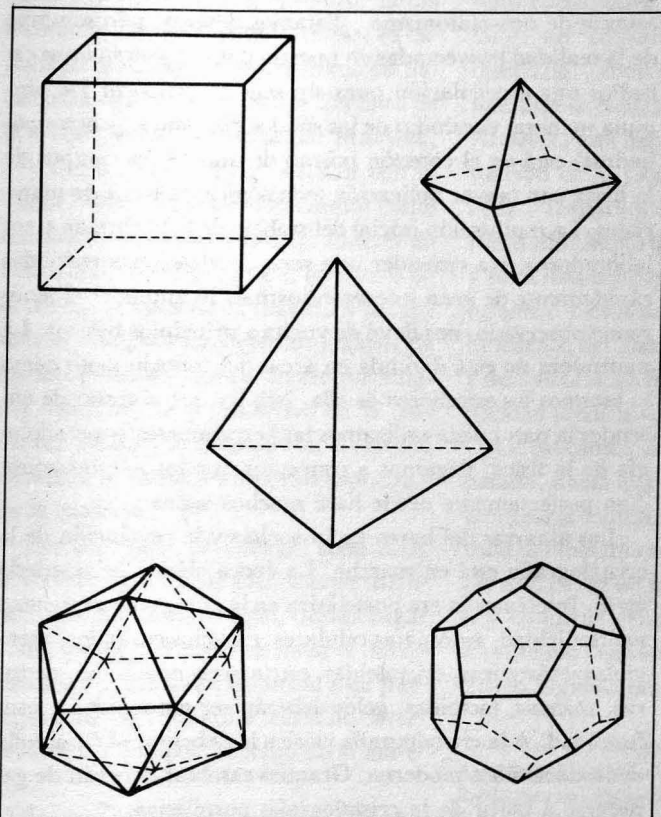


Fig. 5 Los sólidos platónicos: cubo, octaedro, tetraedro, icosaedro y dodecaedro

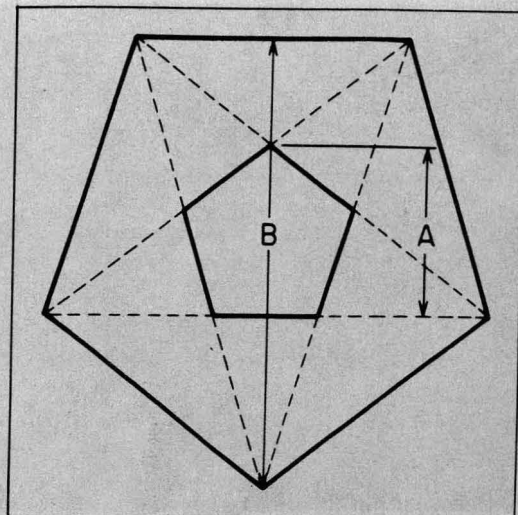


Fig. 4 La construcción de un pentágono por la prolongación de los lados de un pentágono menor

Algunos grupos clásicos de cristalografía ven aún con recelo el concepto de cuasicristales y algunos de sus más notables exponentes, como Linus Pauling, se han empeñado en demostrar que estos sistemas pueden ser descritos como un cristal con una celda unidad extraordinariamente larga. Esto sólo confirma el hecho de que estamos ante un sistema incommensurado y simplemente reafirma los nuevos conceptos. La disidencia de cuasicristales ha presentado ya evidencia más que arrolladora que demuestra la validez de los nuevos conceptos. El primer físico que quedó prendado de τ fue Johannes Kepler, el cual la llamó sección divina y la consideró junto con el teorema de Pitágoras "una de las joyas de Geometría". Kepler, por otro lado, trató de explicar la estructura de la materia basado en arreglos de los cinco sólidos platónicos: el cubo, el tetraedro, el octaedro, el dodecaedro y el icosaedro (fig. 5). En su libro *De Nive Quinquangula* sugiere que los cristales de nieve están compuestos por un empaquetamiento compacto de esferas. Ésta fue la primera vez que se trató de explicar la forma externa de la materia, basándose en su estructura interna. Para Kepler, los cinco poliedros regulares eran la clave del Universo, el cual era una especie de sinfonía geométrica. Sus esfuerzos fueron recompensados al encontrar sus famosas leyes para el movimiento de los planetas basados en geometría.

La cristalografía que se desarrolló en el siglo XIX y la primera mitad del siglo XX se basó en dos poliedros platónicos, el cubo y el octaedro (que es su dual). El cubo tiene la propiedad de ser el único cuerpo geométrico que por sí solo llena el espacio, sin dejar huecos o intersticios (al menos esto era cierto, hasta antes de los cuasicristales). Otros poliedros regulares o semi-regulares, sólo llenan el espacio por combinaciones de ellos. El abate Haüy funda la cristalografía a principios del siglo XVIII con su ley de los índices racionales, que expresa: "Los coeficientes que expresan las relaciones de las diferentes caras planas de un cristal, según las direcciones de los 3 ejes principales de simetría, son números enteros pequeños". Esta ley excluía por tanto a τ como un coeficiente de los índices en cuestión. La cristalografía clásica produjo así 32 grupos puntuales y 230 grupos espaciales basados en la repetición infinita y periódica de átomos.

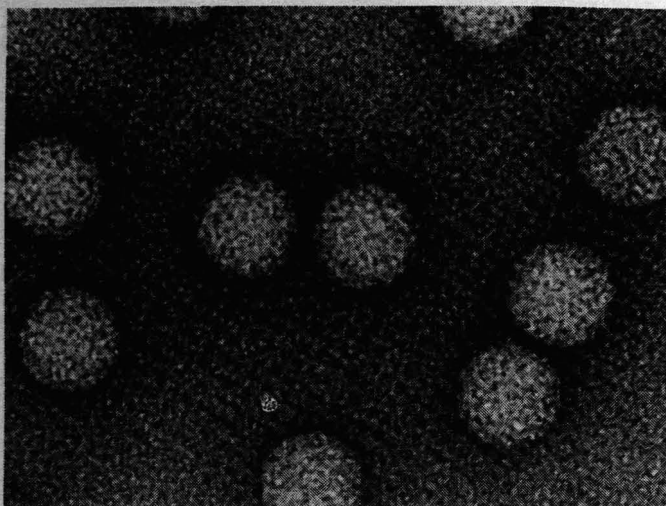


Fig. 6 Imagen de Ultra-Alta Resolución de un virus de poliomielitis con simetría icosaedral

Otro sólido platónico, el tetraedro, ocupa más tarde un lugar. Uno de los grandes físicos de siglo XX, F.C. Frank, junto con su colega Kasper, a principios de los cincuenta discutieron estructuras que estaban formadas básicamente por tetraedros empaquetados de acuerdo a ciertas reglas. Era bien sabido que un empaquetamiento de tetraedros puede producir un decágono o un icosaedro imperfecto. Por lo tanto, la existencia de posibles sólidos con simetría icosaedral o decaedra imperfecta era factible.

Más adelante los sólidos formados por arreglos periódicos de tetraedros e icosaedros empezaron a ser observados y fueron denominados fases de Frank-Kasper. Como ya mencionamos anteriormente, el icosaedro y el dodecaedro llevan inscritos en forma natural el número τ . Los cuasicristales son la realización más acabada del orden icosaedra a largo alcance. Sin embargo, existen muchos otros sistemas físicos, como por ejemplo los vidrios metálicos, en que el icosaedro está presente al menos a corto alcance. Los cálculos energéticos a nivel atómico, utilizando computadoras modernas, muestran efectivamente que el crecimiento icosaedra (o decaedra) corresponde bajo ciertas condiciones a una minimización de la energía y por lo tanto será preferido sobre otros tipos de solidificación.

En la biología existen también muchos ejemplos de simetría icosaedra. La figura 6 muestra la imagen del virus de



Fig. 7 Cuasicristales de aluminio y manganeso. Foto tomada con Microscopio de Barrido. Cortesía de la Dra. Agnes Csandy

la poliomielitis que presenta simetría icosaedra. En la botánica es bien conocida la presencia de la media dorada en muchos sistemas. Por ejemplo, en filotaxia se ha demostrado que las ramas de una planta dispuestas a lo largo del tronco en forma de hélice forman un ángulo óptimo α de $137^\circ 30'$, el cual permite el máximo de exposición a la luz vertical. Dicho ángulo minimiza el recubrimiento horizontal de las ramas y está dado por:

$$\alpha = \frac{360}{\tau + 1} = 137^\circ 20'$$

Adicionalmente, River ha demostrado en fecha reciente que algunas flores son *cuasicristales* botánicos. Sin embargo, la situación parece ser también válida al revés, pues aleaciones metálicas como la mostrada en la figura 7 son *cuasicristales* de Al-Mn con forma de flores.

El futuro es altamente promisorio y parecería que el descubrimiento de los *cuasicristales* abre nuevas posibilidades de descripción de un gran número de fenómenos no accesibles previamente. Las matemáticas han jugado un papel muy importante en este cambio. Particularmente atractivos han sido los desarrollos de Kramer, que indican que la estructura de los cuasicristales puede ser descrita como proyecciones tridimensionales de una figura muy simple, el hipercubo en seis dimensiones. Por otro lado, ha sido demostrado por Sadoc y Mosseri, que estructuras muy complicadas en tres dimensiones (nuestro espacio real) se convierten en estructuras muy simples en cuatro dimensiones llamadas politopos, (poliedros en cuatro dimensiones). Más aún, estructuras que en tres dimensiones son imperfectas, en cuatro dimensiones son perfectas. En otras palabras, al curvar el espacio euclidiano, se pueden analizar estructuras complicadas en forma muy sencilla. Estos conceptos de la física moderna aparecen como una especie de neo-platonismo. ¿Estamos describiendo sombras de la realidad proyectadas en nuestra cueva? ¿Serán estos estudios una especulación pura sin sentido práctico? De ninguna manera, el estudio de los sólidos platónicos (y otros poliedros) está en el corazón mismo de uno de los campos de la física con mayor aplicación tecnológica: la física de materiales. La motivación inicial del trabajo de Schechtman y colaboradores, era entender una serie de aleaciones enfriadas rápidamente de gran interés industrial. El entender el fenómeno observado, nos llevó de vuelta a principios básicos. La naturaleza no está dividida en áreas del conocimiento como lo estamos los estudiosos de ella. Así, los que al tratar de entender la naturaleza utilizamos las herramientas y metodología de la física, llegamos a conceptos que los artistas conocían perfectamente desde hace muchos siglos.

Las amarras del barco están sueltas y la revolución de la cristalografía está en marcha. La época clásica ha quedado atrás. Iniciamos la era postclásica en la cual conceptos como aperiodicidad, autómatas celulares, espacios curvados, agregados jerárquicos, cristaloides, estructuras nemáticas, texturas, micelas, tactoides, geles deberán ser entendidos a profundidad. A la cristalografía clásica le debemos el desarrollo de la electrónica moderna. Grandes cambios deberán de generarse a partir de la cristalografía postclásica. ♦