

Matemáticas en el principio, ahora y... ¿cómo acabar con ellas?



JOSÉ ANTONIO DE LA PEÑA

Matemáticas en el principio

Las matemáticas son el lenguaje con que Dios ha escrito el universo.

Galileo Galilei

En la historia de las grandes corrientes del pensamiento, se atribuye a la escuela pitagórica el inicio de la tradición científica y, más específicamente, de la tradición matemática. En su afán por comprender el funcionamiento del Universo, los filósofos griegos se dieron cuenta pronto de que algunos fenómenos podían entenderse y por lo tanto predecirse. Descubrieron que esta comprensión de los fenómenos se logra por medio de números. Esto es: para entender el mundo alrededor de nosotros, debemos encontrar "los números en las cosas". Una vez que se comprende la estructura numérica, hemos controlado al mundo. La escuela pitagórica desarrolla de esta manera una preocupación por las matemáticas que influye desde entonces en la ciencia occidental.¹

La filosofía griega, y toda la civilización que de ella emana, revela la profunda influencia de una serie de dualismos. En la base de todos ellos se encuentra la distinción de lo que es falso o verdadero. Para Platón, las matemáticas representan una forma de acceso a "la verdad en sí" y, como es bien conocido, considera que los objetos matemáticos poseen una existencia propia en el mundo de las ideas. En *La República*, describe el método matemático de la siguiente manera:

¹ Para conocer un tratamiento detallado de las corrientes filosóficas griegas y su relación con las ciencias, se puede consultar Bertrand Russell, *Wisdom of the West*, Londres, Rathbone Books, 1959.

Aquellos que se ocupan de la aritmética y de la geometría suponen lo par y lo impar y tres clases de ángulos, y los consideran como cosas conocidas; una vez aceptadas, consideran que no tienen que dar cuenta de ellas ni a sí mismos ni a los demás, considerándolas evidentes para todos, y, a partir de aquí, proceden ordenadamente, para llegar a la finalidad que se habían propuesto.

La noción aceptada generalmente de verdad matemática se remonta al Renacimiento. No se hace distinción entre los objetos de la naturaleza y los objetos de los cuales se ocupan los matemáticos; ambos tipos son objetos cognoscibles y es posible conocerlos tanto por medio de la intuición como del razonamiento, ambos procesos seguros, infalibles si se realizan correctamente. Así, para Pascal "sería necesario tener el espíritu completamente trastocado para razonar mal acerca de principios tan claros que es imposible que se escapen".

A lo largo de los siglos, la confianza en el poder de los métodos matemáticos no hace sino crecer. No sólo se respetan "las verdades absolutas, universales e intemporales" obtenidas por los matemáticos, sino se admiran los sorprendentes éxitos de sus aplicaciones en la "filosofía natural", las "artes mecánicas", la navegación y la ingeniería. Hay probablemente que esperar hasta mediados del siglo XIX para ver disminuir un poco la arrogancia de estas afirmaciones.

Varios son los golpes recibidos por las concepciones clásicas de las matemáticas en el siglo XIX. Primeramente, la construcción de la geometría hiperbólica efectuada por Gauss, Lobatschevski y Bolyai, que negaba la "verdad a priori" de los postulados de la geometría euclidiana. Después vendría la serie de ejemplos patológicos de funciones con-

continuas sin derivadas en ningún punto, expuesta por Weierstrass y Bolzano. Para la mayoría de los matemáticos estos ejemplos rompían la intuición y, por tal motivo, desde entonces, ésta fue descalificada como método de demostración en matemáticas. Finalmente, las nociones de “conjunto” y sus aplicaciones para comprender el infinito formuladas por Cantor llegaron a transformar visiones intuitivas que la mayoría de los matemáticos de la época compartían.

A finales del siglo XIX, la gran aspiración de grupos de matemáticos formalistas, entre los que se contaban las mentes más influyentes, era la axiomatización completa de todas las matemáticas. Esto es, encontrar un número finito de postulados que se supondrían verdaderos, a partir de los cuales, mediante sólo las reglas de la lógica formal, se podrían deducir todos los teoremas de las matemáticas. De esta forma, la “verdad matemática” residiría únicamente en los resultados que fuera posible deducir a partir de los postulados básicos.

Matemáticas ahora (los últimos 100 años)

La irrazonable efectividad de las matemáticas.

Eugene Wigner

Los primeros ensayos de axiomatización de la teoría de conjuntos parecían promisorios. Tanto, que el enfoque axiomático recobró una fuerza inusitada dentro de las matemáticas y hacía confiar a grandes matemáticos como Hilbert en la posibilidad de axiomatizar todas las matemáticas. Sin embargo, en 1931, el joven austriaco de 28 años Kurt Gödel se encargó de aniquilar la esperanza formalista: demostró que no puede encontrarse un conjunto finito de axiomas que implique todos los resultados verdaderos de las matemáticas.

Para algunos matemáticos y otros científicos, el descubrimiento de Gödel propinaba un golpe devastador a la ilusión profunda de los matemáticos: conocer los fundamentos últimos de su disciplina. Pero el efecto fue muy distinto. Las matemáticas siguieron progresando rápidamente sin que los matemáticos se preocuparan mucho por las cuestiones de fundamentos. Desde entonces y hasta la actualidad, la mayor parte de los matemáticos adopta una actitud “ingenua” respecto a la teoría de conjuntos: la usan continuamente en el entendido de que mientras no se invoquen conjuntos grandes o “extraños” no enfrentarán problemas.

A lo largo del siglo XX, varias ramas de las matemáticas se iniciaron y florecieron. Estos desarrollos tuvieron su

origen en el trabajo de las escuelas más vigorosas de principios del siglo: la alemana y la francesa. En Alemania, la figura dominante era David Hilbert y su punto de vista formalista se imponía, de forma que no sorprende que la formalización del álgebra abstracta se llevara a cabo bajo su influencia. En Francia, la personalidad preponderante a principios de siglo era Henri Poincaré, cuyo método de trabajo resultaba más intuitivo e imaginativo. A partir del trabajo de Poincaré se desarrollará posteriormente la topología y, en el largo plazo, la teoría de catástrofes y del caos.

En las últimas décadas del siglo XX, algunos avances matemáticos lograron repercusiones que no sólo trascendieron las matemáticas desde un punto de vista científico, sino que también tuvieron profundas resonancias científicas y filosóficas. Entre los avances principales podemos citar:

—La teoría de catástrofes, que estudia transiciones abruptas ocurridas cuando un sistema pasa de un estado estable a otro.

—La teoría del caos, que da cuenta de fenómenos extraordinariamente sensibles a los cambios de condiciones iniciales.

—El último teorema de Fermat, problema abierto durante 350 años y que requirió toda una serie de técnicas y resultados de álgebra y geometría que se desarrollaron a lo largo de siglos.

—La computación y sus aplicaciones, que, además de su tremendo efecto en la vida cotidiana, han convertido a las matemáticas en una *ciencia experimental*, en el sentido de que algunos objetos matemáticos pueden representarse numéricamente en la computadora y someterse a “condiciones controladas”.

Por otro lado, las matemáticas han gozado en las últimas décadas del acercamiento con otras ciencias, en particular la física.

Muchos de los avances y aplicaciones de las matemáticas en el siglo han traído un cambio en la valoración de la trascendencia que el matemático promediano atribuye a su trabajo. En 1940, G.H. Hardy, a título personal, aunque sin duda representaba el sentir de gran número de matemáticos, decía: “nunca he producido nada útil. Ninguno de mis conocimientos ha supuesto, directa o indirectamente, la más mínima alteración sobre la afabilidad del mundo, ni para bien ni para mal... Tan sólo me queda una posibilidad de escapar del veredicto de absoluta trivialidad: haber creado algo digno de serlo”.

Al final del siglo XX, podemos decir que el sentimiento de los matemáticos era muy diferente. El valor del conoci-

miento y la práctica matemáticos no se estima solamente en el contexto del trabajo profesional matemático. Su valor en la enseñanza del razonamiento lógico y sus múltiples aplicaciones en otros campos se encuentran bien establecidos. El matemático actual es consciente del poder de los métodos que domina y de la relevancia de sus resultados.

Cómo acabar con la ciencia en cinco lecciones

A partir cuando menos de la Ilustración, se ha pensado que el progreso de la ciencia contribuye al bienestar social. Durante siglos, se entendió que el progreso científico era una

tarea de lenta acumulación de conocimientos que se realizaba como una actividad marginal en el tiempo que dejaba la enseñanza en las universidades o el trabajo en la industria. Sólo a finales del siglo XIX, comienzan a surgir instituciones dedicadas al desarrollo de la ciencia y algunos gobiernos europeos empiezan a promover la investigación científica en universidades y algunas industrias con creciente éxito para la economía de sus naciones.

Sin afanes catastrofistas, notamos en los últimos años algunas tendencias educativas y culturales que podríamos calificar de anticientíficas, pues ponen en riesgo el buen desarrollo de la ciencia. Muchas de ellas se repiten en todo el mundo; algunas, sin embargo, son más marcadas o tienen efectos más profundos en países que, como el nuestro, apenas cuentan con una planta científica en vías de consolidación.

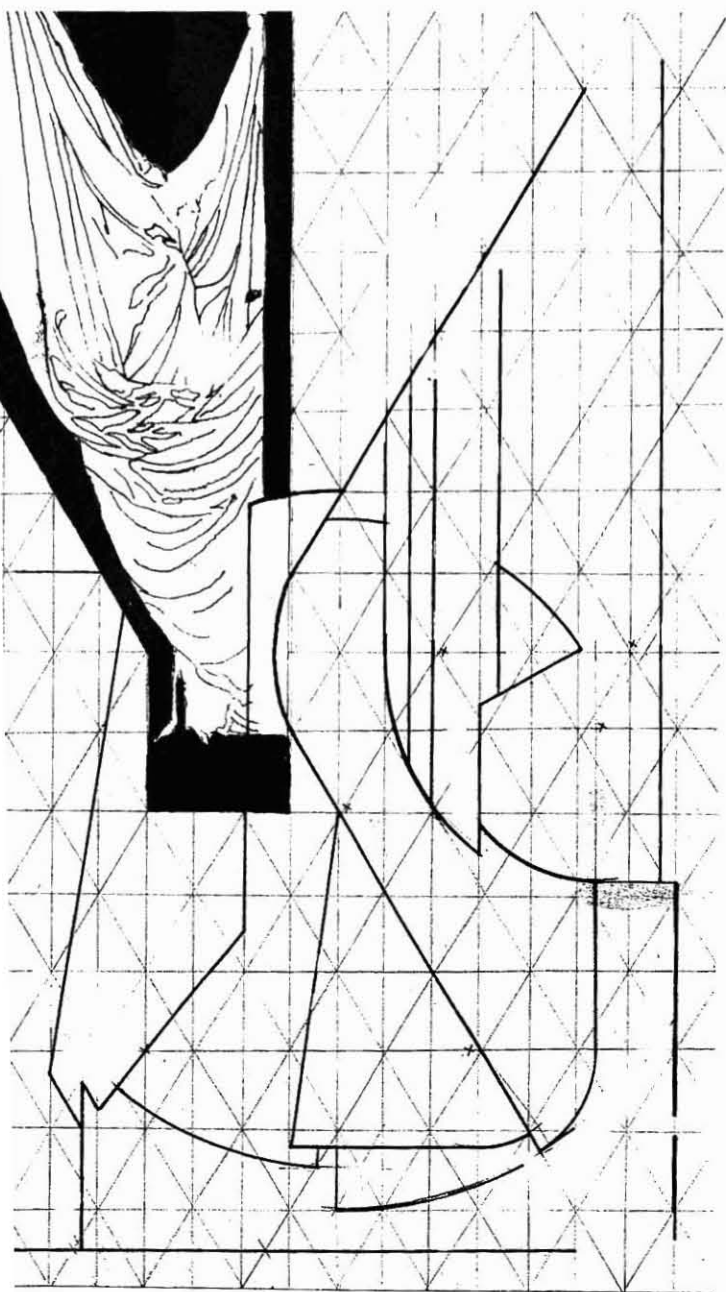
Lección 1. Difunda la idea de que la ciencia es la causante de los males de la humanidad (y que las matemáticas no sirven para nada).

Muchos pensamos que la sociedad tiene (¿todavía?) una impresión favorable de la ciencia y de sus logros en beneficio de la humanidad. Sin embargo, cada vez resulta más frecuente escuchar que la ciencia deshumaniza, que trata sin consideración y como objetos a las personas, las sociedades y la naturaleza. Muchos juzgan que la ciencia está implicada en la amenaza y destrucción del entorno como resultado de los avances tecnológicos. Se culpa a los científicos de la creación de las bombas de destrucción masiva, de los reactores nucleares, de la contaminación de la atmósfera, la tierra y el espacio exterior. Se acusa a la ciencia y su práctica de machistas y opresivas.

Un ejemplo muy reciente de ello es la declaración de Mario Vargas Llosa en Davos, Suiza, en el sentido de que "debe darse mayor atención a la enseñanza de las humanidades, pues la ciencia y la tecnología por sí solas crean ciudadanos conformistas, solipsistas y acrílicos".

Lección 2. Desanime a los estudiantes a estudiar ciencia (o, simplemente, dé malos cursos de matemáticas).

Por lo general, el primer acercamiento de los niños a las matemáticas se produce durante el aprendizaje de los números y, posteriormente, de las operaciones elementales con ellos. Por lo común, esto corresponde a aprender a contar, a mecanizar la suma y la multiplicación y, por supuesto, a memorizar las tablas de multiplicar. Un ejemplo de lo mecánico que resulta este aprendizaje y de su distancia respecto al razonamiento lo dio hace unos años la educadora francesa Stella Baruk, cuando realizó una encuesta



entre niños franceses de primer y segundo grados de instrucción elemental. A la pregunta: "En un barco van 12 ovejas y 13 cabras, ¿cuál es la edad del capitán del barco?" 70 por ciento de los niños contestó: ¡25 años!

A lo largo de la primaria y secundaria, en sus clases de matemáticas, el estudiante resuelve problemas que siente completamente desvinculados de la realidad y encuentra aburridos y repetitivos. En una palabra, poco motivantes.

Tal vez debido a este desencanto generalizado por las clases de matemáticas, comienzan a surgir en algunos países reacciones en contra de la enseñanza intensiva de las matemáticas en los diferentes grados escolares. En 1995, en Alemania, se publicó el trabajo de habilitación en pedagogía de H. W. Heymann, donde este pedagogo sostiene que todo lo que el ciudadano común requiere de matemáticas lo aprende en los primeros siete años de enseñanza formal. Todo lo que viene después es ocioso y está condenado al olvido.

Por ejemplo, sugiere que debe ser eliminado de la enseñanza secundaria y del bachillerato el estudio de las ecuaciones cuadráticas, la trigonometría, los logaritmos y el concepto de *función*, este último porque le parece demasiado abstracto. En Estados Unidos, apareció recientemente el libro *Humble Pi*, del profesor en psicología Michael Smith, donde aconseja que se dé a los estudiantes de bachillerato la libertad de decidir si quieren estudiar matemáticas, que en todo caso se disminuya el número de horas de enseñanza de la materia y los alumnos dejen de preocuparse por las calificaciones obtenidas en ella. Finalmente, hace un par de años, el Ministerio de Enseñanza de Japón decidió disminuir en 30 por ciento la cantidad de horas de clase dedicadas en las escuelas elementales a las matemáticas.

¿Qué pasaría si las sugerencias de Heymann o Smith se impusieran? En opinión del propio Smith, los estudiantes podrían concentrarse en otros temas (que él considera los importantes): administración, publicidad, desarrollo de videojuegos y televisión de calidad. Sobran los comentarios.

Lección 3. Declare (si es usted científico o periodista de la ciencia) que en realidad ya no queda nada importante por hacer en ciencia.

Una corriente "intelectual" con cierta penetración en la prensa afirma que hemos llegado al final del camino emprendido por la ciencia, que los grandes problemas que ella podría resolver ya han sido resueltos y los que quedan sin respuesta o bien son problemas muy menores, o bien no podrían resolverse debido a las limitaciones de nuestro intelecto,

de la naturaleza o simplemente de nuestros bolsillos. Esta posición ha sido expuesta en el libro *El fin de la ciencia*, escrito por John Horgan, que alcanzó las primeras posiciones de ventas en varios países.²

El autor del mencionado libro fue redactor de la sección Perfiles de la revista *Scientific American* durante muchos años, de manera que pudo entrevistar a algunos de los más notables científicos y pensadores del siglo. A ellos les preguntó su opinión acerca del posible fin de la ciencia, para concluir, luego de una serie de manipulaciones más bien groseras, con la idea del "finalismo". Lo peor es la respuesta a la pregunta obvia: ¿qué viene después de la ciencia? Según el autor, el auge de las religiones, las corrientes *new age* y las creencias pseudocientíficas, de las que él mismo parece ser promotor.

Lección 4. Promueva a los filósofos posmodernos (en realidad, ellos se promueven solos).

Muchos de los filósofos escépticos o relativistas tienen una amplia tribuna de difusión en el mundo. Baste recordar la pléyade de intelectuales franceses que va del filósofo Henri Bergson, hasta los contemporáneos Gilles Deleuze, Jacques Derrida, Félix Guattari, Jacques Lacan, Bruno Latour, Jean François Lyotard y Michel Serres por nombrar a los más célebres.³

Probablemente el filósofo que inicia la corriente del relativismo en Francia es Henri Bergson. La opinión que de su filosofía tiene Bertrand Russell es devastadora:⁴

Uno de los efectos negativos de una filosofía antiintelectualista como la de Bergson consiste en que prospera a merced de los errores y confusiones del intelecto. En consecuencia, tiende a preferir los malos razonamientos a los buenos, a declarar irresolubles las dificultades momentáneas y a considerar cualquier error tonto como una revelación del fracaso del intelecto y del triunfo de la intuición. En los trabajos de Bergson se encuentran numerosas alusiones a las matemáticas y a la ciencia, y, a los ojos de un lector desprevenido, esas alusiones parecen reforzar considerablemente su filosofía [...] En lo que se refiere a las matemáticas, el autor ha preferido deliberadamente los errores tradicionales de inter-

² Véase una reseña crítica de este libro en J. A. de la Peña, "El fin de la ciencia, ¿sueño o pesadilla?", en *Ciencia. Revista de la Academia Mexicana de Ciencias*, núm. 50, 1999, pp. 32-39.

³ Comentarios acerca de las afirmaciones sobre temas científicos de estos "intelectuales" pueden encontrarse en A. Sokal y J. Bricmont, *Imposturas intelectuales*, Paidós, 1999. Véase también J. A. de la Peña, "Matemáticas para hermenéutas", en *Revista de la Universidad*, núm. 566, 1998, pp. 37-42.

⁴ B. Russell, *op. cit.*

pretación a las visiones más modernas que han predominado entre los matemáticos en los últimos ochenta años.

Bien conocido es el hecho de que Bergson refutó a lo largo de su vida la teoría de la relatividad de Einstein, pues no coincidía con su concepción del tiempo. En una frase: para Bergson hay un concepto de simultaneidad que no depende de los observadores. Esta idea ha sido tajantemente refutada por los experimentos. Pero esto no parece quedar claro para algunos.⁵

El efecto más grave de esta moda posmoderna se manifiesta en la enseñanza y la cultura. Los estudiantes aprenden a repetir ideas que no comprenden y a adornar con terminología pseudocientífica discursos sin contenido. El público lego tiende a identificar en estos discursos a sus guías intelectuales. Opiniones como la de Latour,⁶ en el sentido de que "las verdades científicas son, en el fondo, acuerdos sociales de lo que es real, alcanzados a través de un proceso de negociación", caen en terreno fértil en una sociedad que no confía en lo que no entiende.

Lección 5. Consígase un gobierno que declare que la ciencia es importante, pero que no la apoye.

Desde el punto de vista de muchos científicos, la ciencia básica ha probado a lo largo de los siglos su importancia y las amplias posibilidades de generar aplicaciones que repercutan en el orden cultural, económico y social de las naciones. Por ello, arguyen estos científicos, los gobiernos tienen el deber de fomentar la ciencia proveyendo los apoyos que su desarrollo requiere y que, en general, sólo los propios científicos son capaces de determinar. Las condiciones de trabajo de los científicos deben estar protegidas de las actividades políticas y de los intereses sociales inmediatos. Sin embargo, este "estado ideal" para el desarrollo de la ciencia se topa siempre con una realidad (sociedad y gobierno) exigente, que dedica escasos recursos a la ciencia y que pide explicaciones y resultados por los apoyos brindados.

En México, la mayoría de nuestros gobernantes en las últimas décadas han coincidido en señalar la importancia de la ciencia y la tecnología como palanca del desarrollo de los pueblos y el hecho de que, de cara al siglo XXI, sólo las naciones con capacidad creativa e innovadora en los diversos

campos de la ciencia y la tecnología podrán definir de manera soberana su futuro. Sin embargo, nuestro sistema científico y tecnológico se ha mantenido prácticamente sin crecimiento durante, al menos, la última década, como lo demuestran los siguientes indicadores:

—No se han creado nuevas instituciones de investigación.

—El número de investigadores ha crecido muy lentamente. En el Sistema Nacional de Investigadores (SNI), había alrededor de 6 000 investigadores en 1990, y un poco más de 7 200 en 1999. Sólo 5 de cada 10 mil habitantes de la Población Económicamente Activa están clasificados en la categoría de investigadores científicos. Mientras tanto, Estados Unidos tiene 74 investigadores por cada 10 mil habitantes, Suecia 68 y Francia 59. Entre los países de la OCDE, México sólo se aproxima a Turquía, con 7.

—El gasto del gobierno en ciencia y tecnología se ha mantenido abajo de 0.4 por ciento del Producto Interno Bruto, mientras que la recomendación de organismos internacionales es un gasto de 1 por ciento. Cabe agregar que la inversión privada en este rubro es prácticamente nula.

Matemáticas ¿siempre?

Es mi esperanza que podremos demostrar que el mundo de la física es inagotable, como lo es el mundo de las matemáticas. Algunos colegas del campo de la física de partículas piensan que nos acercamos a la comprensión de las leyes básicas de la naturaleza. Han hecho, en efecto, algunos avances extraordinarios en los últimos diez años. Pero creo que la noción de una propuesta final de las leyes de la física se mostrará tan ilusoria como la noción de un proceso de decisión formal para todas las matemáticas. Si al final sucede que toda la realidad física puede ser descrita por un número finito de ecuaciones, estaría decepcionado. Sentiría que el creador ha demostrado una gran falta de imaginación.

Freeman Dyson

Según Bertrand Russell,⁷ sólo la civilización griega dio a luz un movimiento filosófico que "va de la mano" de la tradición científica, y es esta tradición dual la que ha dado forma a la civilización occidental. Sin embargo, nos aclara, el camino del cuestionamiento científico no es lo mismo que la filosofía. Pero una de las fuentes de la reflexión filosófica recae en la ciencia. Cuando consideramos lo que es la ciencia, estamos tratando con una pregunta filosófica. El estudio de los cánones del método científico es de carácter filosófico. Para marcar las diferencias, Russell nos indica que, si bien uno

⁵ En un libro de Prigogine y Stengers, éstos afirman que la "introducción de procesos dinámicos inestables" permite reconciliar las ideas sobre el tiempo de Einstein y Bergson. Lo impresionante de esta afirmación es que Prigogine fue ganador del premio Nobel de química. Asimismo, en una reciente biografía de Bergson se indica que la discusión entre Einstein y él es una "confrontación científica que queda, en parte, por resolver".

⁶ B. Latour, *La ciencia en acción*, Milton Keynes, 1984.

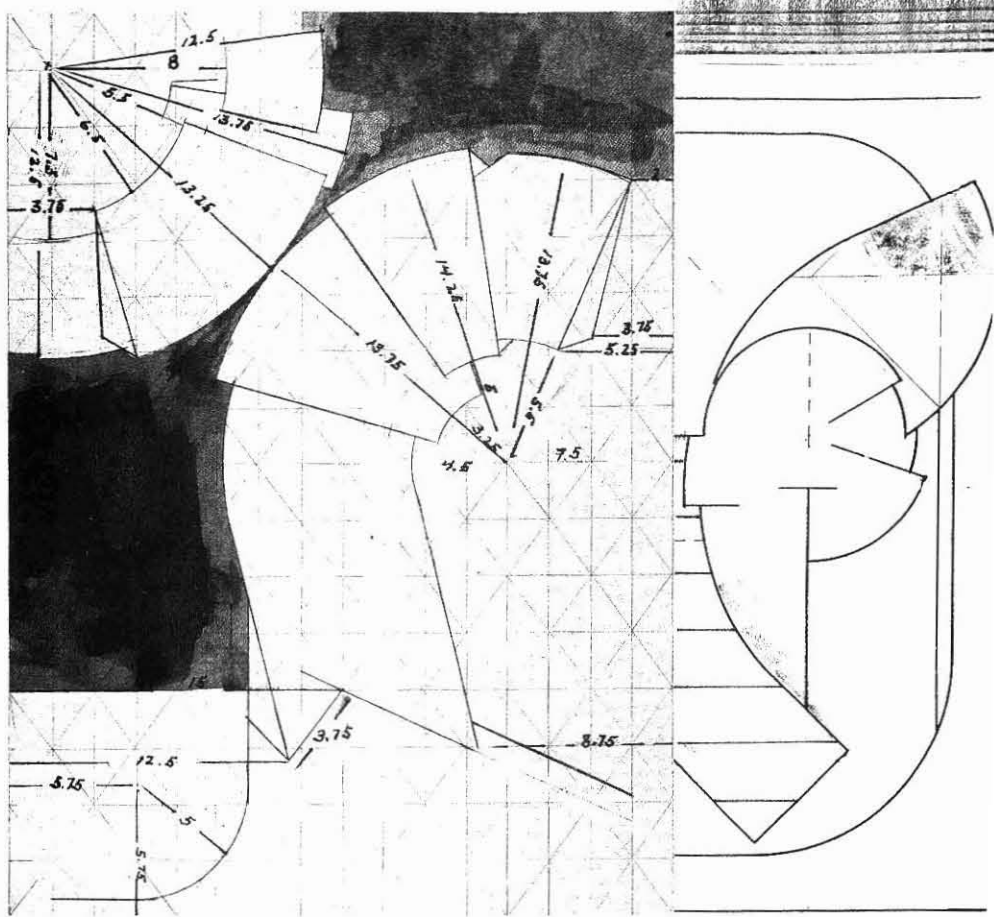
⁷ B. Russell, *op. cit.*

de los problemas que siempre han interesado a los filósofos es la descripción del mundo en general, no es un problema filosófico el formular una descripción de hechos como la que elabora la ciencia. Lo que la filosofía le puede dar a la ciencia es un marco general, un orden para guardar sus descubrimientos.

A lo largo de la historia, los filósofos-científicos han marcado rutas importantes por donde la ciencia ha progresado. Un ejemplo claro se tiene en matemáticas. El linaje de los matemáticos-filósofos es muy ilustre. Puede al menos remontarse a Pitágoras y Platón e incluye los nombres de Leibniz, Descartes, Pascal, Pierce, Russell, Whitehead y Poincaré, entre otros. Muchos otros matemáticos, sin ser filósofos, contaban con una posición filosófica sólida desde la cual enfocaban su trabajo matemático. En este segundo grupo podríamos ubicar fácilmente a Newton, Gauss, Hilbert y otros influyentes personajes. Muchos de estos matemáticos se distinguieron por su capacidad de comprensión global del papel de las matemáticas en las ciencias y en el mundo, lo que les permitió guiar el desarrollo de las matemáticas en su tiempo.

Tal vez una de las características más marcadas de las matemáticas, y probablemente de las ciencias en general, ha sido, en la segunda mitad del siglo XX, la carencia de filósofos-científicos que indiquen direcciones para el progreso de las ciencias.⁸

La situación es peor aún. La epistemología relativista, a la que ya nos hemos referido, parece ser una moda preva- leciente entre los filósofos de la ciencia. Si bien, afortunadamente, los científicos activos no toman en serio estos ataques a su trabajo, el peor daño que ocasionan tales posiciones relativistas lo representa su efecto ante la opinión pública, que se refleja en el alejamiento de los estudiantes



de disciplinas científicas, en la percepción de los gobiernos sobre el papel de la ciencia y, finalmente, en los apoyos que la ciencia recibe.

Si las matemáticas han de prevalecer como quehacer científico, educativo y cultural de importancia, en el futuro próximo tendremos que enfrentar retos fundamentales:

—Crear una verdadera *cultura científica* entre el público general. Si bien actualmente un buen porcentaje de gente piensa que la ciencia es interesante, pocas son las ideas científicas que el gran público conoce y menos aún las que entiende. En cambio, las pseudociencias y la charlatanería ganan cada día más terreno. Éste es un peligro real para la continuidad del apoyo social a las ciencias y en última instancia para la subsistencia del mundo tal como lo conocemos.

—Se deberá atender el problema de la enseñanza de las matemáticas, y más en general de las ciencias, para conseguir una verdadera motivación de los estudiantes.

—Promover la relación fecunda entre las matemáticas y otras ciencias, y entre éstas y las humanidades, en particular, la filosofía. La tarea de la filosofía en las ciencias no es asunto menor y, desgraciadamente, la crisis actual no parece tener fin. ♦

⁸ En este sentido, el físico Steven Weinberg, en *Dreams of a Final Theory*, Vintage, 1992, refiere: "No conozco a nadie que haya participado activamente en el avance de la física después de la segunda guerra mundial cuyo trabajo de investigación haya sido significativamente apoyado por el trabajo de filósofos. Resalté antes el problema de lo que Wigner llama 'la irrazonable efectividad' de las matemáticas; aquí quiero enfatizar otro fenómeno igualmente inquietante: el de la irrazonable ineffectividad de la filosofía."