

UN GOLPE DE DADOS JAMÁS ABOLIRÁ EL AZAR

POR SANTIAGO RAMÍREZ

Como si

La posibilidad más tentadora para dar cuenta de la historia de las matemáticas, es la de hacer esta historia como la historia de una relación entre un sujeto y un objeto.

Así, en un primer momento, en el momento de las matemáticas griegas, nos encontraríamos con el predominio del objeto y, por tanto, con una matemática *objetiva*. Desde la posición de Descartes, con una matemática *subjetiva*.

En Riemann y en Klein, finalmente, con una matemática *conceptual* en que la antigua dicotomía sujeto/objeto queda superada.

El movimiento del concepto, como apunta Hegel, tendría, a su vez un momento en que sería reminiscencia de la matemática objetiva, otro que recordaría a la matemática subjetiva para llegar, nuevamente, al saber matemático en que el concepto aparecería en toda su pureza, a saber, como el despliegue de lo que es.

Desde este punto de vista, podríamos afirmar que las matemáticas de Hilbert pertenece al momento subjetivo de la matemática conceptual o, si se quiere, como lo llama Hegel, al momento *formal*.

Intentaré, entonces, mostrar brevemente, cómo funciona este esquema (que ya he presentado, con Carlos Torres, en un trabajo llamado "*Las dificultades de una historia de las matemáticas*").

Incluso lanzado en circunstancias Eternas

Desde el fondo de un naufragio...

Tesis 1. El mundo griego es uno y racional.

Esta idea que yace en el fondo de todo pensamiento griego desde Tales hasta Aristóteles otorga una posición singular al sujeto pues el mundo no se le aparece, ni en su unidad, ni en su racionalidad. Se le aparece, más bien, como el despliegue de una pluralidad fenoménica y, con ello,

Tesis 2. El sujeto debe pensar la unidad esencial subyacente a la multiplicidad de los fenómenos que percibe.

El mundo es racional en su inmediatez irracional; por lo tanto, el sujeto debe transformarse para superar tal irracionalidad y, así,

Tesis 2 (cont.). El sujeto debe transformarse para acceder a una racionalidad que le es, originalmente, exterior.

El conocimiento racional se alcanza, entonces, por medio de una transformación del hombre que haga del hombre el animal racional que debiera ser, si de comprender el mundo se tratase así,

Tesis 1 (cont.). El mundo griego no es susceptible de ser transformado.

Podemos establecer que la relación entre el sujeto y el objeto, en el pensamiento griego, es la relación en que el sujeto se encuentra sometido al objeto que le subordina (y, por ello, *sujeto*), que el sujeto debe ser modificado para vencer la resistencia del objeto (que, con ello, *objeto*) para llegar, eventualmente, a la *sofía*, a la condición que Aristóteles describe como de maravillación.

Para alcanzar las normas de la racionalidad, el sujeto debe seguir, previamente, normas de una moralidad que le garantiza su participación en una racionalidad que se identifica con la perfección y a la virtud. La justificación última del estudio del mundo es, por tanto, una justificación ética.

Debe superarse, entonces la imperfección del humano. Imperfección que se asimila e identifica a la pluralidad, a la sensibilidad, a la irracionalidad y al cuerpo como sede de lo que escapa a la razón.

Es necesario, también, dejar atrás lo particular. Para ello, y por ello la *sofía* es una, universal, ahistórica y necesariamente verdadera.

Fuere el amo como si fuera el número

Durante el Renacimiento esta concepción se derrumba, estrepitosamente,

Para empezar,

Tesis 3. El mundo es ahora una representación, es una imagen del pensamiento.

Puede ser ahora, incluso, irracional y múltiple.

A partir de esta novedosa susceptibilidad del mundo a ser transformado, como efecto de la arbitraria y caprichosa modificación de la representación, por la pura fuerza de la razón pura, el sujeto deviene creador y amo del mundo, como antes lo fuera el número en la concepción pitagórica.

Tesis 4. El sujeto de la modernidad somete los fenómenos al imperio de su razón.

Así, la unidad tras la pluralidad es ahora una razón que confirma al mundo como su imagen precisamente en la pluralidad de los fenómenos. La racionalidad ya no es más algo externo sino que es el orden subjetivo de los fenómenos objetivos. Lo particular es la vía de acceso a lo universal y el problema complejo es el de la intersubjetividad, el problema de lenguaje.

Nada tendrá lugar salvo el lugar En el linaje vago En que todo se disuelve

En el siglo XIX, el mundo es simultáneamente imagen del pensamiento e imagen en el pensamiento. El sujeto no puede ser ya, sino el sujeto de una subjetividad, el objeto no puede sostenerse sino como objeto de una objetividad: el sujeto se objetiva y el objeto se subjetiva. La escisión entre los mo-

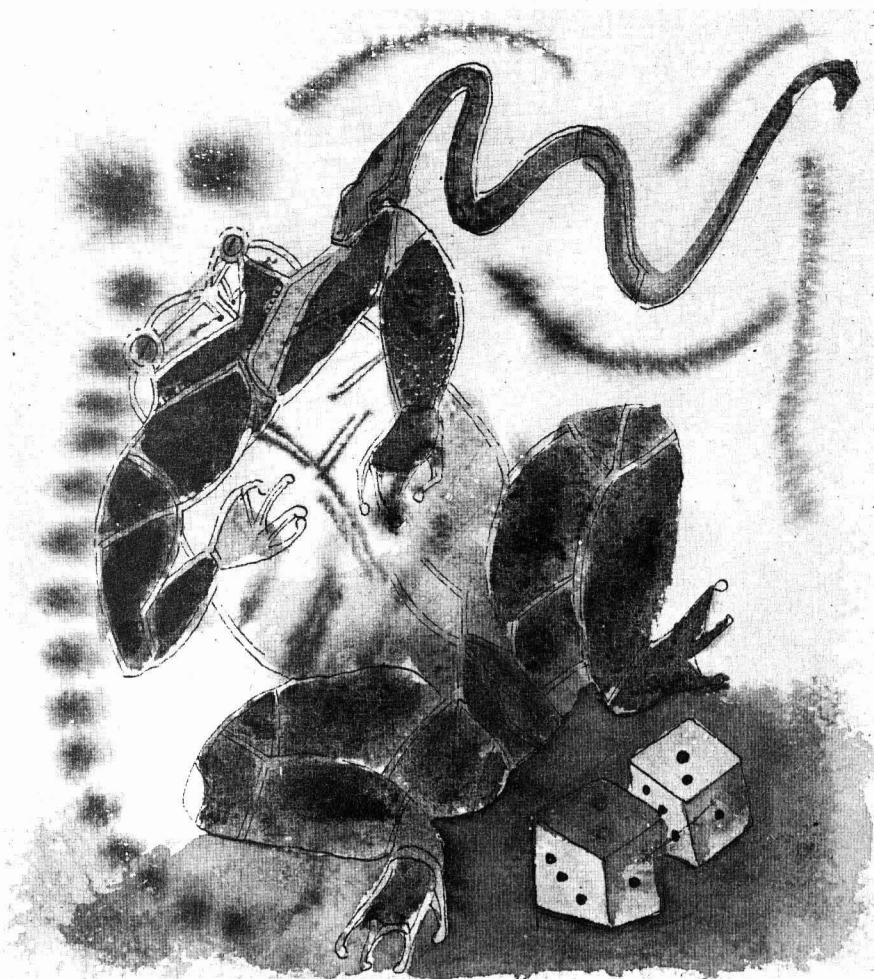
dos del ser en el mundo y los modos de pensar el mundo es la angustia producida por las condiciones materiales de la vida que escinden al hombre de la sociedad, a la sociedad de la naturaleza; que oponen el universal o lo particular, que polarizan las esferas de la vida, del mundo y del pensamiento.

Se conquista el concepto, vago linaje en que lo real se disuelve y,

Tesis 5. En el siglo XIX, se llega a la concepción del mundo, es decir, al mundo como concepto.

Concepto que es solamente lo interior y que es solamente lo exterior, concepto que pertenece, primero, al pensamiento y aparece, entonces, como concepto formal. Pero la cosa revocada reaparece, y aquí el concepto es cosa. Por su parte, la interioridad que la reaparición de la cosa habría revocado, reaparece, a su vez, y el concepto llega, a fin de cuentas, a la Idea.

Nada
Habría tenido lugar
Sino el lugar



En este contexto, examinemos, ahora, la historia de las matemáticas.

1. En Pitágoras, la unidad y la racionalidad del mundo se deben a los números, la pluralidad es la pluralidad de la serie numérica pero el número es único. El número determina lo indeterminado (*apeiron*), que se identifica al mal, para que devenga *peras* (lo determinado), que se identifica al bien. El objetivo es llegar al bien supremo por la vía de una estricta educación del sujeto.

2. En Euclides, encontramos, todavía, un esfuerzo por remontar lo particular y lo sensible. En Euclides subsiste la pretensión de encontrar un principio de unidad: el punto. Los axiomas y peticiones de Euclides sirven a este propósito. El sujeto, lado imperfecto del conocimiento, es evacuado en los *Elementos*.

3. En Aristóteles, nos encontramos ante la afirmación radical de la inmovilidad del espacio. Sin embargo, puede sospecharse, ya, la posibilidad de un espacio no-euclideo.

4. En el siglo XVII, constatamos la preocupación pascaliana por el lenguaje, la de Descartes por la *mathesis universalis* y la de Leibniz por una combinatoria del pensamiento. A este tipo de preocupaciones responde, posiblemente, el desarrollo del álgebra como sistema simbólico para escribir lo matemático, como lenguaje para decir lo geométrico.

5. En el siglo XVII se produce, además, el desarrollo del cálculo que, por su lado leibniziano, es un intento por decir filosofía y religión al modo matemático; por el lado newtoniano, parece la aplicación del programa de Galileo que consiste en leer una naturaleza escrita matemáticamente. El desarrollo del cálculo estará ligado sin embargo, al infinito problema del infinito.

6. La afirmación de que en el siglo XIX nos encontramos ante un desarrollo conceptual de las matemáticas se confirma plenamente en los trabajos de Riemann, de Klein y de Cantor. Basta recordar cuál es el lugar que ocupa el concepto, central a la matemática actual, de grupo. El grupo no pertenece, ni al objeto, ni al sujeto. No tiene lugar en el espacio como no tiene lugar en el pensamiento. Sin embargo el grupo pertenece al espacio cuando se le muestra como un subconjunto invariante y pertenece al pensamiento como conjunto de propiedades pensadas. En Klein, encontramos esta unidad entre las relaciones métricas (de la sensibilidad) y el punto al infinito (del pensamiento) en el famoso programa de Erlangen en donde Klein muestra que, si se busca al grupo cuyas relaciones invariantes son las relaciones métricas (el grupo de transformaciones rígidas del plano), este grupo coincide con el grupo de transformaciones proyectivas que dejan al círculo del infinito.

Excepto
Posiblemente
Una constelación

1. El momento inmediatamente anterior al de la aparición del concepto, en la lógica hegeliana, es el de la *Wechselwirkung*, es decir, el momento de la *interacción*. La obra de Gauss y la obra de Galois, la de los geómetras no-euclidianos y la de los algebristas ingleses se inscribiría en este nivel del esquema hegeliano.

La teoría de Galois, por insistir en un ejemplo, es la exposición de las interacciones entre el grupo y el campo, entre el grupo y la ecuación, entre el grupo y el espacio.

2. La aparición del concepto coincide con la superación de su representación. En la geometría no-euclídea pre-kleiniana, nos encontramos todavía con investigaciones que buscan, básicamente, representaciones euclídeas del espacio no-euclídeo.

El momento en que se supera definitivamente esta búsqueda (y con ello, el momento en que la esfera matemática es otra frente a la física, a la teología y a la sensibilidad, el momento en que alcanza su "esencia", a saber, según Cantor, la libertad)

esta marcado por el programa de Erlangen.

El programa de Erlangen es, en efecto, el momento conceptual del pensamiento matemático en la medida en que:

a. El concepto de grupo deja de ser una generalidad abstracta que se hubiere obtenido por medio de la eliminación de las diferencias. Su generalidad, por el contrario, reside en su identidad con la singularidad.

b. El concepto de grupo no es el de una causa eficiente (*Ursache*), es decir, el de algo en contraposición a un efecto, sino, más bien, es el grupo quien resulta responsable de la realidad (*Wirklichkeit*) y de su determinación. Es un *Wirkende*.

c. Asimismo, la realidad efectiva (*Wirklichkeit*), lo real, no es, en modo alguno, la fuente del concepto.

d. El concepto de grupo, en fin, no es "otro" frente a lo particular sino que *es en* determinaciones particulares. Estas son las especificaciones (*Einzelnen*) del concepto.

3. A partir de este momento, el concepto deviene subjetivo o formal. Es un momento necesario en el desarrollo del concepto. En el caso de las matemáticas resulta inevitable y necesario a partir del programa de Erlangen y a partir de lo que las matemáticas son. Pretender que el formalismo surge de otro tipo de causas es una afirmación que peca de buena voluntad materialista y que se manifiesta bajo la forma de la más recalcitrante estulticia.

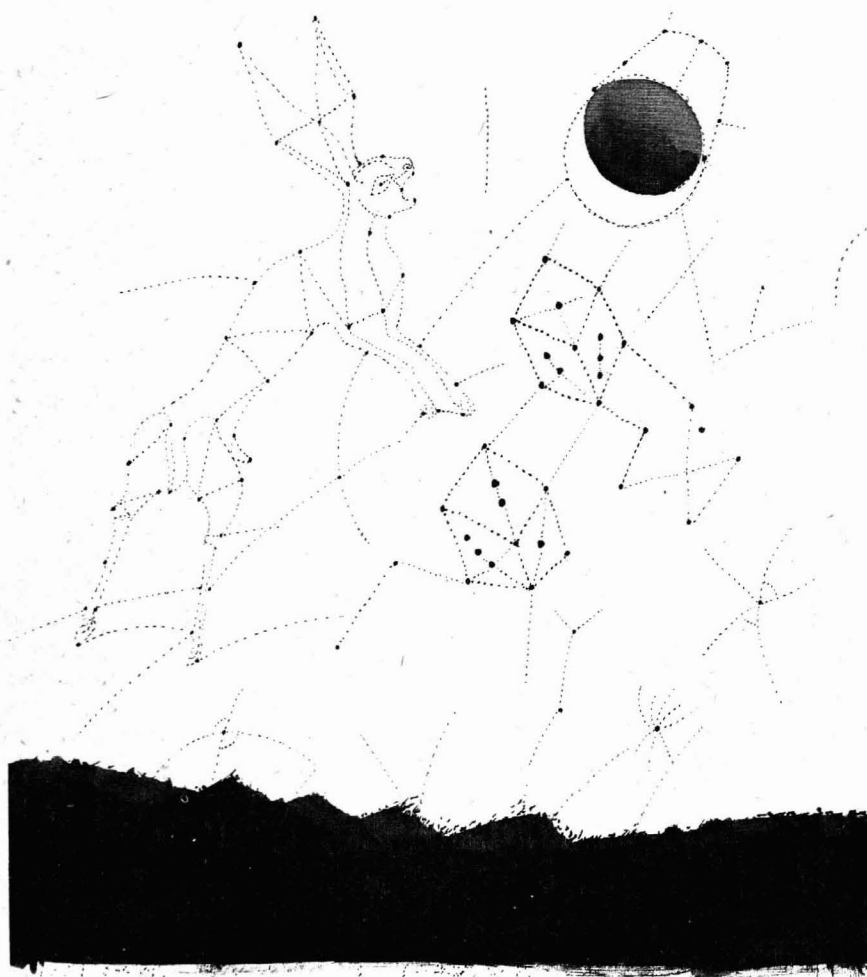
En este nivel se inscribe la obra de Hilbert.

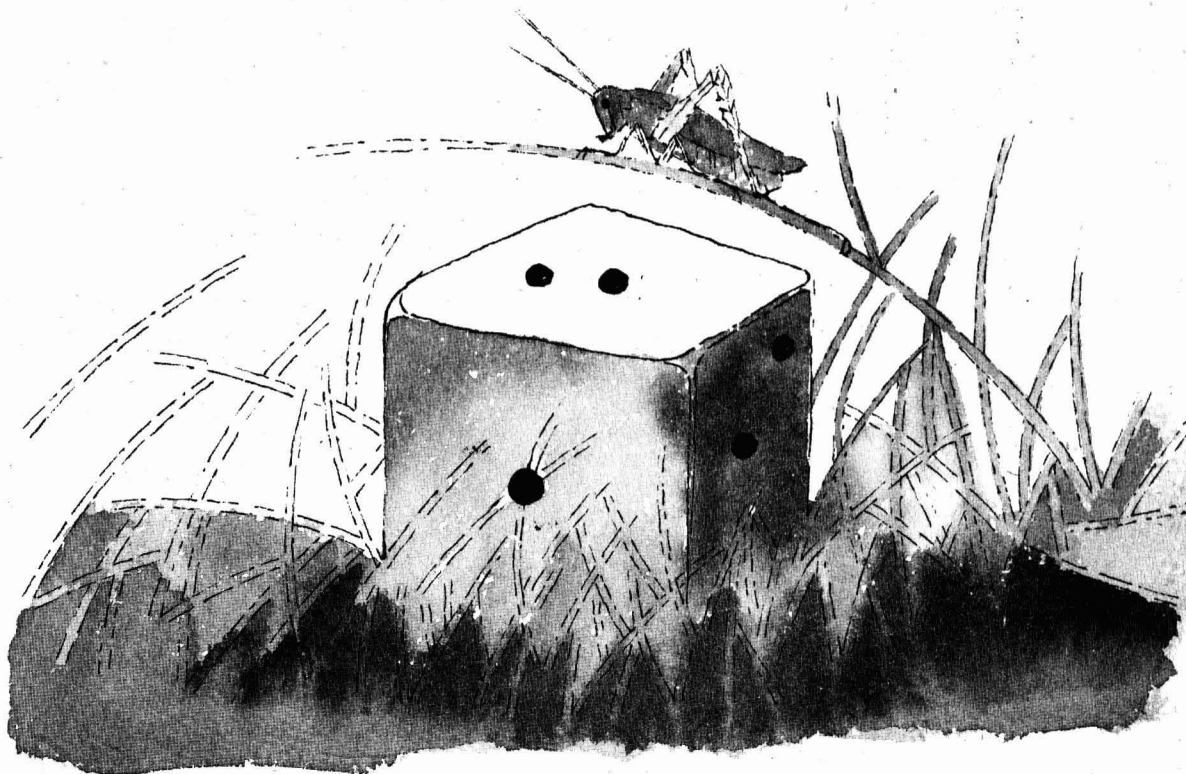
Las determinaciones del concepto deben ponerse (y no "ser puestas") como autónomas entre sí. Estas determinaciones son los juicios (*Urteil*). El movimiento del juicio desemboca en las teorías matemáticas de la demostración.

Es aquí que puede distinguirse —y sólo aquí— la matemática de Hilbert de la matemática de Euclides.

El trabajo de Hilbert no puede, en modo alguno, retrotraernos a los de Platón ni a un platonismo de última hora, pues se trata de un trabajo en el concepto. Se trata, en otras palabras, de la formalización de un concepto que ya ha *abandonado* la sensibilidad y la experiencia empírica mientras que en el proyecto de Euclides se trata de axiomatizar *para* superar la sensibilidad y la experiencia empírica. En Hilbert, la unidad del juicio reside en el concepto y no, como en Euclides, en la unidad de las representaciones del objeto.

4. El movimiento del concepto regresa a la esfera de la objetividad—según Hegel. Esfera que ha sido revocada como se muestra en la diferencia entre el formalismo objetivo de Euclides y el formalismo conceptual/subjetivo de Hilbert. Sin embargo, buena parte de la matemática desde Hilbert ha pretendido permanecer en la paz del formalismo en que la objetividad ha sido revocada en nombre de una subjetividad. El problema no yace, así, en la obra de Hilbert sino en la insistencia de permane-





cer sobre este terreno aparentemente firme en que nada habrá de inmutar una subjetividad cuyo propósito sustancial es el de afirmar su propia existencia.

A partir de Gödel, sin embargo, esta insistencia es imposible.

El velo de ilusión hace saltar su obsesión Como el fantasma de un gesto

La lectura de Hilbert, la lectura filosófica de Hilbert, nos da, de entrada, la impresión de un "déjà vu", de un retorno a problemas que creíamos superados o abandonados. Así, Hilbert se ve acosado por un problema que parecía irrelevante: el del estatuto de existencia de los objetos matemáticos. ¿De dónde extraen su "realidad" los objetos matemáticos y cómo?

En su trabajo sobre el infinito, la cuestión se repite insistentemente cuando Hilbert busca, fuera de las matemáticas, en otro lugar, la confirmación o refutación de lo que él mismo llama "el concepto de infinito".

Hilbert inicia su cuestionamiento clarificando la naturaleza de su objeto: debemos notar, antes que nada, brevemente, "la significación actual que *se da al infinito* (subrayados míos, S.R.)". Es decir, Hilbert no se pregunta por la significación *del* infinito sino por la significación *dada* al infinito.

En este sentido, habla de átomos y de electrones, de Planck y de los *quanta* para afirmar que "la divisibilidad infinita de un continuo es una operación que *solamente existe en el pensamiento*". Hasta aquí, la cuestión de lo infinitamente pequeño y la cuestión del "materialismo de Hilbert".

A continuación, pasamos al infinitamente grande. La argumentación concluye, evidentemente, en Einstein. Hilbert afirma que la geometría euclidea y su postulado acerca de la infinitud del espacio deben ser abandonados incluso, como "sistema conceptual".

En este punto empiezan, por lo tanto, los proble-

mas. ¿Se trata de abandonar la geometría euclidea en tanto modelo del espacio físico? Si de ello se trata, inútil recurrir a Planck o a la astronomía. La geometría euclidea ha sido abandonada como modelo del espacio físico desde Euclides (salvo por una galileana interrupción). La geometría de Euclides nunca ha querido ser una geometría del espacio físico, ni empíricamente, ni *a priori*. En Euclides, la geometría se refiere a la esfera de la *episteme* y no al mundo sublunar en donde "acontece" la física y el movimiento. La geometría de Euclides no aspira a describir este mundo sino que quiere ser el camino para otro, para el mundo de los *arjai*.

Para Hilbert, el problema se plantea en los siguientes términos:

1. "No se sigue (desde su consistencia) que la geometría euclidea exista realmente, en la realidad"

2. "Que el espacio sea, o no, euclideo es una cuestión que sólo puede dilucidarse por medio de la observación y de la experimentación"

3. "Hemos visto que el infinito no se encuentra en ningún lugar, independientemente de los experimentos, observaciones y conocimientos que se retengan. ¿Puede ser, el pensamiento acerca de las cosas, tan diferente de las cosas mismas?"

4. "Los procesos del pensamiento, ¿Pueden ser de tal manera distintos a los procesos actuales de las cosas? En breve, ¿puede el pensamiento alejarse de tal modo de la realidad?"

Quisiera hacer algunas anotaciones a esta hilbertiana forma de formular la problemática:

a) ¿Qué quiere decir realidad para Hilbert?, ¿Qué quiere decir Hilbert cuando afirma que la geometría no es válida para la realidad?

Parece ser que Hilbert habla o se refiere a la realidad física. Así, la pregunta de Hilbert queda matizada si anotamos que la realidad para la que las matemáticas no son válidas es la realidad que ha sido determinada de una manera específica y particular. La geometría euclidea y la teoría de la re-

latividad no pueden valer más que en las realidades teóricas que cada una de ellas determina. Esta idea es de Kant, el viejo filósofo al que con tanta tranquilidad se ha descalificado con el adjetivo de "idealista". Es Kant quien hace la distinción entre el objeto como fenómeno en el espacio y en el tiempo, el objeto de la intuición y el objeto resultante de la aplicación de categorías de la razón pura. Así, parece que Hilbert se equivoca en dos direcciones (y, con Hilbert, un buen número de aficionados a las ciencias y a la filosofía). Cuando quiere identificar la realidad (cualquiera que ésta sea) con la realidad de la física. Parece que Hilbert, entonces, privilegia un *modo de ser* de lo real.

b) La segunda anotación que quiero hacer acerca de Hilbert consiste en ésto: al privilegiar un modo de existencia de lo real, es privilegiar, también un modo de existencia del conocimiento. Cuando Hilbert asegura que "el espacio real sea o no euclideano la euclidianidad del espacio es algo que no puede ser determinado más que por la observación y la experimentación"



Parece dar prioridad, como criterio de verdad y como guía del conocimiento, a la observación y busca erigir, aparentemente, a la física como modelo de toda cientificidad posible.

Sin embargo, el conocimiento no se determina por lo real sino —y Bachelard lo ha mostrado— es el conocimiento quien determina el modo de ser de lo real, la realidad. Así, aparecen las dos siguientes tesis del pensamiento de Bachelard acerca de la física:

i) existe un vínculo entre el pensamiento y lo real y, ii) el pensamiento es el aspecto dominante en la determinación física de lo real.

Hilbert, aparentemente, invierte la direccionalidad que propondrá Bachelard y muestra cómo, en el caso del infinito, el infinito no es el resultado de ninguna observación y, por lo tanto, la existencia del infinito se pone en crisis.

La verdadera opción hilbertiana es la negación de la primera tesis de Bachelard, a saber, *existen dos esferas absolutamente autónomas una de la otra, perfectamente indiferentes*: la esfera de la razón matemática y la esfera de lo real y, como no hay vínculo entre una y otra, el infinito pertenece a la esfera del pensamiento y es perfectamente indiferente a toda determinación empírica posible.

Cada esfera contiene, además, su criterio de existencia: para la esfera del pensamiento, la existencia consiste en consistencia.

Para el pensamiento, para el orden simbólico, el signo puede querer decir cualquier cosa, incluso puede no querer decir nada.

Hilbert nos coloca, entonces, en lo que Raymond Queneau llama la paradoja humana: una realidad "natural" determinada por vías que no son las del pensamiento, y una realidad del pensamiento que es indiferente a la realidad "natural". Estas dos realidades, que a fin de cuentas son una infinidad de realidades, son la multiplicidad pascaliana de mundos que se ignoran. Son la multiplicidad de mundos o de realidades determinadas, cada una a su manera y entre los que la relación es la relación de indiferencia: lo que se dice no quiere decir lo que se quería decir porque lo que se quiere decir, antes de decirlo no existe. O existe de manera impensable.

Es a partir de esta posición que Hilbert puede descalificar como ilusión al problema del materialismo y del idealismo.

Es así que Hilbert descalifica el problema de la dialéctica de la naturaleza. Si dialéctica de la naturaleza es, en su sentido primitivo, aquello que se dice de la naturaleza, la indiferencia de la esfera del decir frente a la esfera de la naturaleza impensable muestra que no hay relación alguna y buscarla no es sino la satisfacción de exigencias de una imaginación neurótica. Buscar una relación entre lo que se dice y lo que es antes del pensamiento, es decir, lo impensable, es un fantasma, es un sueño, del que no se despierta.